極運動と周極渦との関連

著者	切田 正実
号	193
発行年	1968
URL	http://hdl.handle.net/10097/23407

氏名・（本籍）	切田正実（きりたまさみ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	理第193号
学位授与年月日	昭和43年4月17日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
最終学歴	昭和4年3月 東京物理学校高等師範科　理化学部卒業
学位論文題目	極運動と周極渦との関連
論文審査委員	（主査） 教授一柳寿一　教授山本義一 教授高窪啓弥

論文目次

論　文　内　容　要　旨

第1章　概　　説

地球の極運動の主要項は年周項と Chandler 項（14ケ月）とである。

Chandler 項の原因はよく知られているように，地球の弾性的変形のためにEuler 周期（305日）がのびたものである。

年周項の原因は気象学，海洋学，地球物理学的立場からいろいろ議論が行なわれているが充分な解答は得られていない。

年周項について，大気質量分布と極運動の理論的解明を試みたのはR. Spitaler（1897）が最初である。その後Jeffreys（1916），Schweyder（1919），Rosenhead（1925）……などの研究がある。彼等は一年を二季或は四季に分けて，地上気圧の変化から慣性能率の変化を求める方法を用いていて，資料的には今日に較べると粗雑なものである。

最近ではMunk and Hassan（1961）が出来るだけ多くの資料を集めて，月別に "excitation function"（後述）を計算したが，期待される充分の結果は得られなかった。

第二次大戦後気象観測，特に高層気象の観測は大規模に推進され，大気循環の知識も深められた。

本論文はこの新しい資料と近代大気循環論に基づき極運動に最も関係深いと思われる周極渦の質量分布を立体的に考察し，これが極運動に及ぼす効果を理論的に又数値的に求めた。これを緯度観測から求めた極運動の年周項と比較して，かなりよい相関を見出すことができた。即ちこの論文は周極渦が極運動の年周項の主要な原因の一つであることを実証しようとするものである。

第2章　周極渦の性質

大気循環の中で極運動に最も影響すると思われるのは，中高緯度帯に発生し易い地球回転軸に非対称な寒帯起源の気団の空気量の増減である。この気団は周極渦（circumpolar vortex）と呼ばれている。

周極渦は地球回転軸に対称な渦と非対称な渦との重ね合わせで表わされる。又周極渦の活動は大気循環の大勢と共に変動するが，その変動は周期的である。

第3章　地球回転運動の基本方程式

地球の回転運動の基本方程式はいろいろに表現されているが，ここではMunk の方式を採用した。

Munk はEuler の一般的な回転体の運動方程式からLiouvilleの方程式を導き，それを地球の回転運動に応用した。

地球の極運動はその平均の極に対し 0.″2程度の極めて小範囲の中で行なわれている。このことを考慮して，慣性主軸を座標軸にとり，微小量の二次項を省略すれば地球の回転運動の方程式は

$$\frac{\dot{m}_1}{\sigma_r} + m_2 = \phi_2,$$
$$\frac{\dot{m}_2}{\sigma_r} - m_1 = -\phi_1, \quad (1)$$
$$\dot{m}_3 = \phi_3$$

で与えられる。但し ϕ はMunk の導入した " excitation function " と呼ばれるもので，地球の運動に及ぼすすべての地球物理学的効果を含む次元のない量である。(1)式で Ω は地球の回転の速度，$\omega_1 = \Omega m_1$，$\omega_2 = \Omega m_2$，$\omega_3 = \Omega(1+m_3)$，$\sigma_r = \frac{C-A}{A}\Omega$ であって，A, Cは地球の慣性能率である。

Munk は更に ϕ を内容的に整理して

$$\phi = \frac{1}{\Omega^2(C-A)}\left\{\int_v \Delta\rho F(\text{matter})\,dv + \int_v \rho F(\text{motion})\,dv + F(\text{torque})\right\} \quad (2)$$

とおき問題の取扱いを容易にした。但し ρ は密度を表わす。

第4章　基本方程式の解

極運動を論ずる場合の基本方程式は

$$\frac{\dot{m}_1}{\sigma_r} + m_2 = \phi_2, \quad (3)$$
$$\frac{\dot{m}_2}{\sigma_r} - m_1 = -\phi_1$$

となる。

ここで ϕ_i が周期関数である場合，即ち

$$\phi = \frac{1}{\Omega^2(C-A)}\{X_0\cos(\nu t+\varepsilon_1) + iY_0\sin(\nu t+\varepsilon_2)\} \quad (4)$$

の型で与えられる場合は，(3) 式を解析的に解くことができる（但し，$\phi = \phi_1 + i\phi_2$）。

周極渦から求められる ϕ_i は明らかに周期変化を行なうので，この解法を適用することができる。

第5章　周極渦の力学的表現

周極渦の非対称渦の質量は周期変化を行なっているが，その中心のふらつきは比較的小さい。これ等のことを考慮すると周極渦の場合は (2) 式の第一項のみで近似できる。従って

$$\psi = \frac{1}{\Omega^2(C-A)}\int \Delta\rho F(\text{matter})\,dv \quad (5)$$

となる。この (5) 式で表わされる ψ を周極渦項と呼ぶことにする。

第6章　周極渦項ψの数値計算式

周極渦項は

$$\psi = \frac{-1}{\Omega^2(C-A)} \int_v \Delta \rho r^2 \Omega^2 \ \sin\theta \cos\theta \left(\begin{matrix} \cos\lambda \\ \sin\lambda \end{matrix} \right) dv \tag{6}$$

で表わされる。但しrは地球の中心からの距離，θは余緯度，λは径度である。

或る地点（θ，λ）の上空の空気柱に於ける非対称質量$\Delta M_{\theta,\lambda}$は

$$\Delta M_{\theta,\lambda} = \int_v \Delta \rho dv$$

で与えられる。よってψの計算はこのΔMを求めることに帰着する。実際の計算は緯度30°N以北について行なった。

第7章　ψの数値計算のための大気モデル

$$\Delta M = \int_v \Delta \rho dv = \int_o^z \Delta \rho ds dz \tag{7}$$

であるから大気を幾層にも分割して，$\Delta\rho$を求めれば精度の高いψを計算できる。

本論文では大気循環を考慮に入れて大気の三層モデルを仮定した。即ち

第一層　地表〜500mb　　（層厚 5〜6Km）

第二層　500mb〜200mb　（層厚 5〜6Km）

第三層　200mb〜∞.

第8章　周極渦項ψの計算

i）第一層について

この層は対流圏で大気の混合率が大きく，平均的には静水圧平衡が成立し等温と仮定する。しかるとき

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g.\quad p = \rho RT,\quad dp = RTd\rho \tag{8}$$

であるから，これ等の関係から

$$\Delta\rho = -\frac{g}{RT}\rho\Delta z \tag{9}$$

が導かれる。g：重力の加速度，R：ガス常数，T：絶対温度。

今ある地点Aとその点から180°経度がずれた対称点Bでの平均密度からのずれの差は

$$\Delta\rho_A - \Delta\rho_B = -\frac{g}{RT}\rho(\Delta z_A - \Delta z_B) \tag{10}$$

で与えられる。

$$\Delta\rho = \Delta\rho_A - \Delta\rho_B , \quad \Delta z = \Delta z_A - \Delta z_B$$

とおくと

$$\Delta\rho = -\frac{g}{RT}\rho\Delta z = -\frac{\bar{\rho}}{H_1}\Delta z . = \bar{\rho}_1 \times \frac{\Delta z}{z_{500}} \tag{11}$$

但し H は気体論でいう scale height で $H_1 = \frac{RT_{m_1}}{g}$ で与えられる。更に

$$\bar{\rho}_1 = \bar{\rho}\frac{\bar{z}_{500}}{H_1} \tag{12}$$

であり，$\bar{\rho}$：地表の平均密度，T：は z_{500} に於ける温度である。実際の計算には

$$\bar{\rho}_1 = 0.0010175\ \mathrm{g/cm^3}$$

を使用した。又或る点（θ，λ）に於ける非対称質量は

$$\begin{aligned}\Delta M_{\theta,\lambda} &= \int_r \Delta\rho dv = \int \left(\frac{g}{RT}\rho\Delta z\right) dz ds \\ &= \Delta s_\theta \cdot \Delta z_{\theta.\lambda}\frac{\bar{z}_{500}}{H_1} \times \bar{\rho} = \Delta s_\theta \cdot \Delta z_{\theta.\lambda} \cdot \bar{\rho}_1\end{aligned} \tag{13}$$

で与えられる。Δs_θ は計算から，$\Delta z_{\theta.\lambda}$ は観測から求められるので $\Delta M_{\theta,\lambda}$ が計算される。よって等価非対称質量 ΔM_{1x}，ΔM_{1y}

$$\begin{aligned}\Delta M_{1x} &= \Sigma_\theta \sin\theta\ \cos\theta\ \Delta s_\theta \Sigma_\lambda\ \Delta M_{\theta.\lambda}\cos\lambda \\ \Delta M_{1y} &= \Sigma_\theta \sin\theta\ \cos\theta\ \Delta s_\theta \Sigma_\lambda\ \Delta M_{\theta.\lambda}\sin\lambda\end{aligned} \tag{14}$$

が計算される。

ii）第二層について

第二層は偏西風帯に入っていて大気の水平混合が大きく，月平均でも hydrostatic な状態とは考えられぬ。この層の代表層を300 mb 高度としたのはこの付近が水平混合が最も大きいからである。これまでψは（matter）のみを考えて来た。ここでは（motion）を考慮するために，300 mb と500 mb の層間の平均密度はどこも一様であるとし，$\Delta z_A - \Delta z_B$ を計算して，偏西風の影響を静水圧平衡の場合に置きかえて計算した。但し

$$\Delta z_A = z_{A(300)} - z_{A(500)} , \qquad \Delta z_B = z_{B(300)} - z_{B(500)}$$

である。又密度は

$$\rho_z = \rho_{500}\ e^{-\frac{g}{RT}(z - z_{500})} \tag{15}$$

で与えられる。平均密度 $\bar{\rho}_2$ は

$$\bar{\rho}_2 = \bar{\rho}_{500}\frac{\bar{z}_{300}}{H_2} \tag{16}$$

で計算される。計算には $\bar{\rho}_2 = 0.0006035\ \mathrm{g/cm^3}$ をつかった。よって第一層と同様にして，

$$M_{2x} = \Sigma_\theta \sin\theta\cos\theta\,\Delta s_\theta\,\Sigma_\lambda M_{2\theta\lambda}\cos\lambda$$
$$M_{2y} = \Sigma_\theta \sin\theta\cos\theta\,\Delta s_\theta\,\Sigma_\lambda M_{2\theta\lambda}\sin\lambda \tag{17}$$

が求められる。

iii) ψの計算

第一層第二層を合わせた等価非対称質量は

$$\Delta M_x = \Delta M_{1x} + \Delta M_{2x}$$
$$\Delta M_y = \Delta M_{1y} + \Delta M_{2y}$$

となり，これよりψを計算して，（単位10^{-8}）

$$\psi_x = -11.22\cos\odot - 1.37\sin\odot - 2.16\cos 2\odot + 4.72\sin 2\odot,$$
$$\psi_y = -13.24\cos\odot - 0.17\sin\odot - 4.17\cos 2\odot + 0.41\sin 2\odot. \tag{18}$$

Munk & Hassan (1961)の結果は (1873〜1950)

$$\psi_x = -1.8\cos\odot + 0.2\sin\odot + 0.4\cos\odot + 0.8\sin 2\odot,$$
$$\psi_y = -12.9\cos\odot - 1.0\sin\odot + 1.8\cos\odot + 1.4\sin 2\odot. \tag{19}$$

但し$\odot$は年初を原点とする。この比較でψ_xが著しく異なっていることに気がつく。

第9章　周極渦項の極運動への影響

ψが求められたので第4章の解法により基本方程式を解いて次の結果を得た。

$$x = 0.''107\sin(\odot + 218.^\circ 5) + 0.''007\sin(2\odot + 200.^\circ 7),$$
$$y = 0.''111\sin(\odot + 298.^\circ 0) + 0.''008\sin(2\odot + 260.^\circ 9). \tag{20}$$

第10章　天体観測との比較

1960〜1965 年の6年間の緯度観測から決定された極軌道を解析して

$$x_0 = 0.''174\sin(\odot + 216.^\circ 4) + 0.''003\sin(2\odot + 20.^\circ 8) + 0.''131\sin(\zeta t + 107.^\circ 7),$$

$$y_0 = 0.''079\sin(\odot + 286.^\circ 2) + 0.''009\sin(2\odot + 197.^\circ 7) + 0.''144\sin(\zeta t - 43.^\circ 3) \tag{21}$$

を得た。第三項はChandler項で$\zeta = \frac{360^\circ}{420}$，$t$は1960 年々初を原点として数えた日数である。

(20)式と(21)式とをくらべると，年周項に於て，振幅位相共，かなりよく一致している。又半年周項も振幅がよく似ている。このことは，周極渦が極運動に於ける年周項の主要な原因をなしていることを実証していると考えてよいであろう。

第11章　結果に対する考察

従来の研究は，地表の気圧分布から質量分布を求めて慣性能率の変化を計算し極運動への影響を計算した。しかしこれによって得られた結果は年周項を充分に説明出来なかった。それは地上気象

観測所が偏在し又その数も，今日にくらべて非常に少なく，且つ局地性が大きく，充分に大気循環を代表出来なかったためであろう。この論文は，最近の資料により周極渦の構成を立体的に考えることにより極運動への影響を導いて，周極渦の変動が年周項の主な原因の一つであることを立証した。

尚この研究は大気循環の全般にわたって行なう必要があるが，南半球については充分の資料が得られなかった。

極運動の年周項の原因は気象以外にいろいろと論ぜられているが，ここではそれ等には一切触れていない。

論文審査結果の要旨

緯度変化 $\Delta\varphi$ を示す公式 $\Delta\varphi = x\cos\lambda + y\sin\lambda + z$ （ λ ：経度）に現われる x， y 項に周期1年，振幅約 0.2 秒 の年周項の存在することは，長年の緯度観測から確かめられた事実であるが，その原因については未だ充分に明らかにされていない。

切田正実は，緯度変化すなわち地軸の極運動に現われる諸現象は元来全地球的規模をもつ原因によるとする立場をとって，上記年周項の原因を地球大気の気象学的現象のなかに求めてその説明を試みた。既に同一観点に立つ研究はMUNK－HASSAN（1961年）によって行なわれたが定量的に不充分であった。近年，大気循環の研究の急速な進歩によって，特に北半球の中高緯度に現われる周極渦による大気量の増減が地軸に対して非対称分布を示し，また大気循環の大勢と共に周期的変動を示すことが明らかになっている。著者の研究は，この周極渦の存在が極運動の年周項の原因であることを定量的に確かめたものである。

第1～第4章において，大気質量分布による摂動（励起関係と呼ぶ）のある場合の地球の一般回転運動の方程式を導き，それを無次元変数のMUNK 型 方程式に書替えて理論の出発点とした。特に励起関数が周期関数である場合の解の積分表示を与えた。

第5～8章は本論文の主要部分で，上記励起関数の具体的数値を現在なし得る限り最も詳細に与えている。著者は，大気層を二つの層に分かち，地球から気圧 500 ミリバールの層までを第一層，それより上層 200 ミリバールまでを第二層とした。次いで各層を代表する 500 ミリバール， 300 ミリバール層に対するそれぞれ 1960～1965 年， 1951～1960 年にわたる北半球等圧面月別天気図を資料として，各層の大気質量を計算する方式を導いた。次いで，大気質量の非軸対称分布に起因する慣性能率の変動として与えられる励起関数の月毎数値を求め，更に周期解析によって励起関数が年周項および半年周項の和によって充分正確に表わせることを示した。

第9～10章において，上記励起関数を用いて計算した極運動の結果と緯度観測からの結果とを比較している。x， y 項の年周，半年周項の振幅を示すと（ 0.″17， 0.″007 ）および（0.″111, 0.″008）となり， 1960～1965 年にわたる緯度観測から著者の得た数値（ 0.″174， 0.″003）および（ 0.″079， 0.″009 ）と位相を含めてよく一致することを示した。

すなわち，本論文は，周極渦の存在が極運動に現われる年周項の主要な原因の一つであることを示したもので，従来の極運動の解析的研究を一歩発展させたものであるといえる。よって切田正実提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。